

Всесибирская открытая олимпиада школьников

2025-2026 г.г. по математике

Заключительный этап. 7 класс

Время написания работы 4 астрономических часа. Решения всех задач оцениваются из 7 баллов

- 7.1. У Антона дома живут четыре кота: Борис, Виталий, Геннадий и Дмитрий. Известно, что Виталий весит больше Бориса и Геннадия вместе взятых. Кроме того, Виталий с Борисом вместе весят столько же, сколько Геннадий и Дмитрий вдвоём, но Дмитрий с Борисом вместе весят больше Виталия и Геннадия вместе взятых. Кто из котов самый тяжёлый?
- 7.2. На доске написаны все натуральные числа от 1 до 90 включительно (каждое по разу). Петя хочет стереть несколько из них так, чтобы сумма любых двух оставшихся была составным числом. Какое наименьшее количество чисел понадобится стереть Пете?
- 7.3. Круговая дорожка состоит из 2025 клеток, пронумерованных в произвольном порядке числами от 1 до 2025. В одну из клеток дорожки ставят робота, который действует по следующему алгоритму. Робот считывает число из клетки, в которой он находится, после чего взлетает и смещается по часовой стрелке ровно на то количество клеток, которое он прочитал. Затем робот садится в ту клетку, над которой он оказался (например, из клетки с единицей робот переместится в соседнюю), а процесс повторяется. Докажите, что в какой-то клетке робот так никогда и не побывает.
- 7.4. В равнобедренном треугольнике ABC ($AB = AC$) биссектрисы AD и CE пересекаются в точке I . Оказалось, что $\angle AIC = 108^\circ$. Найдите отношение длин отрезков CE и AD .
- 7.5. Чип и Дейл играют в игру. В начале игры по кругу лежат 100 мешков, в которых суммарно находится 780 орехов (в каждом мешке есть хотя бы один орех). Игроки ходят по очереди, начинает Чип. Каждым своим ходом Чип забирает все орехи из любых 9 последовательных непустых мешков (сами мешки остаются лежать на своих местах). Дейл же каждым своим ходом забирает все орехи из любого одного непустого мешка, у которого рядом уже есть пустой сосед. Если кто-то из игроков не может сделать ход, то игра завершается. Докажите, что Чип может забрать хотя бы 700 орехов вне зависимости от действий Дейла.